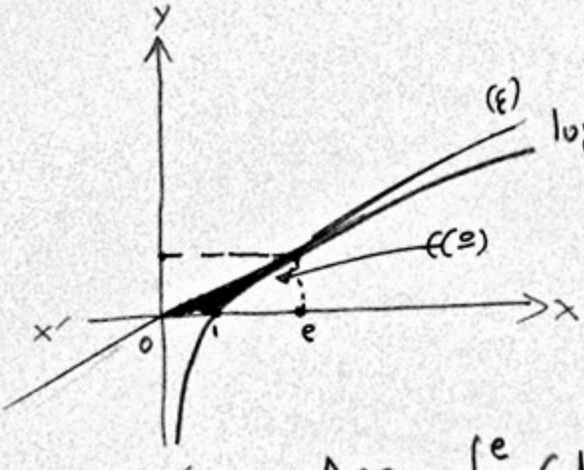
ΕΜΒΑΔΟΝ (ΘΕΜΑ 3º) ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2013

β) Να βρεθεί το $E(\Omega)$ από την $f(x)=\log x$ τον Ox και την εφαπτομένη της f στο $A(e,1)$

Να γίνει σχήμα

ΛΥΣΗ



$f(e)=1$

$f'(x)=\frac{1}{x} \Rightarrow f'(e)=\frac{1}{e}$

$y-f(e)=f'(e)(x-e)$

$y-1=\frac{1}{e}(x-e)$

$y=\frac{1}{e}x \rightsquigarrow$ Διέρχεται από το $(0,0)$

Άρα, $\int_0^e \left(\frac{1}{e}x-\log x\right)dx =$

$= \int_0^e \frac{1}{e}x\,dx - \int_0^e \log x\,dx =$

$= \frac{1}{e}\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^e - \lim_{k\to 0^+}\int_k^e \log x\,dx =$

$= \frac{1}{e}\frac{e^2}{2} - \lim_{k\to 0^+} x\log x\Big|_k^e + \lim_{k\to 0^+}\int_k^e \cancel{x}\frac{1}{\cancel{x}}\,dx =$

$= \frac{e}{2} - \lim_{k\to 0^+}(e\underbrace{\log e}_{1} - k\log k) + \lim_{k\to 0^+} x\Big|_k^e =$

$= \frac{e}{2} \cancel{-e} + \lim_{k\to 0^+} k\log k \cancel{+e} =$

$= \frac{e}{2} + \lim_{k\to 0^+}\frac{\log k}{\frac{1}{k}} \overset{DLH}{=} \frac{e}{2} + \lim_{k\to 0^+}\frac{\frac{1}{k}}{-\frac{1}{k^2}} = \frac{e}{2}$ τ.μ.